

3. Correction d'un Système Asservi Linéaire (SAL) Correcteur PID - Synthèse des Correcteurs - Synthèse du PID

Généralités

Performances d'un SB non maximales toutes ensembles :

Dilemmes. Exemple : Dilemme entre précision et stabilité

Certains processus tolèrent des dépassements, d'autres non

→ *Correction* de la commande à effectuer

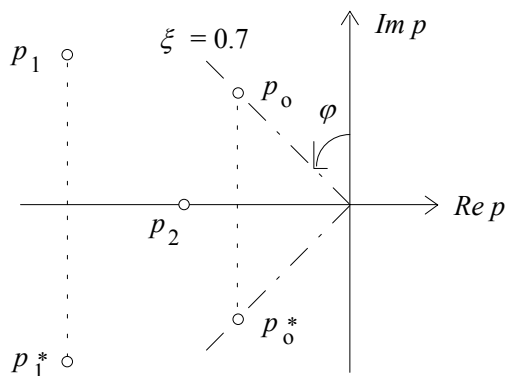
Les critères d'une bonne régulation

Le second ordre dominant

Modèle du 2nd ordre fondamental :

$$H(p) = \frac{H_0}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} p + 1}$$

Exemple : Processus du 5ème ordre (5 pôles) :



Pôles p_0 et p_0^* : sous-réponse pseudo-oscillante (dominante) $\xi = 0.7$

Pôle p_2 : sous-réponse apériodique

Pôles p_1 et p_1^* : sous-réponse pseudo-oscillante

Pôles p_0 et p_0^* dominants

Amortissement: $\sin \varphi = \xi$

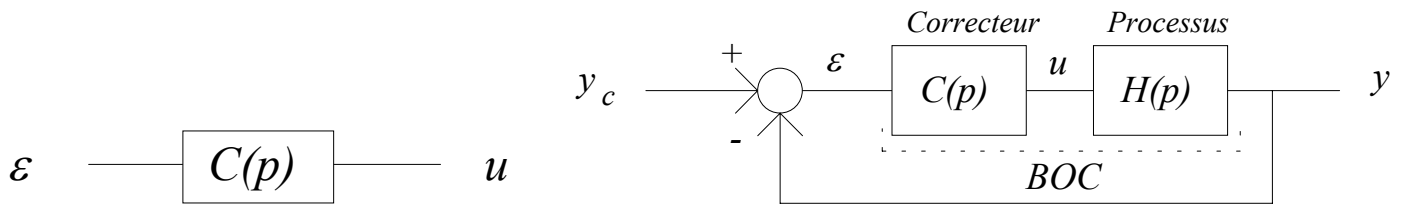
Pôle p_i^* : complexe conjugué de p_i

*Ce système du 5ème ordre peut être approché par un 2nd ordre dont les pôles sont les pôles dominants du processus du 5ème ordre, soit P_0 et P_0^**

Le lieu des pôles du système traduit sa stabilité et sa rapidité :

- . $|\text{Re}(p_i)|$ grande et $\text{Re}(p_i) < 0 \rightarrow$ meilleures sont la stabilité et la rapidité
- . $|\text{Re}(p_i)|$ faible et $\text{Re}(p_i) < 0 \rightarrow$ système lent et peu stable (pôles dominants)

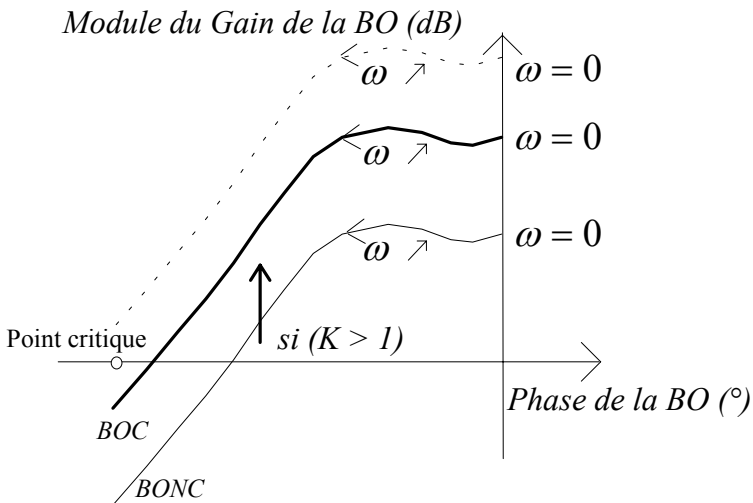
Structure des différents correcteurs. Correcteurs standards. Réglages



Le correcteur proportionnel K

$$C(p) = K$$

↗ précision du SB mais ↘ stabilité. ↗ stabilité du SB mais ↘ précision



$$[C(p)H(p)] = K H(p)$$

$$[C(p)H(p)]_{dB} = K_{dB} + H(p)_{dB}$$

$$[C(p)H(p)]_{dB} = 20 \log(K) + 20 \log [H(p)]$$

Réglage de K ← précision statique voule : Ex : position : $\varepsilon_p = \frac{Y_0}{1 + KH_0}$

Loi de commande : $u(t) = K\varepsilon(t)$

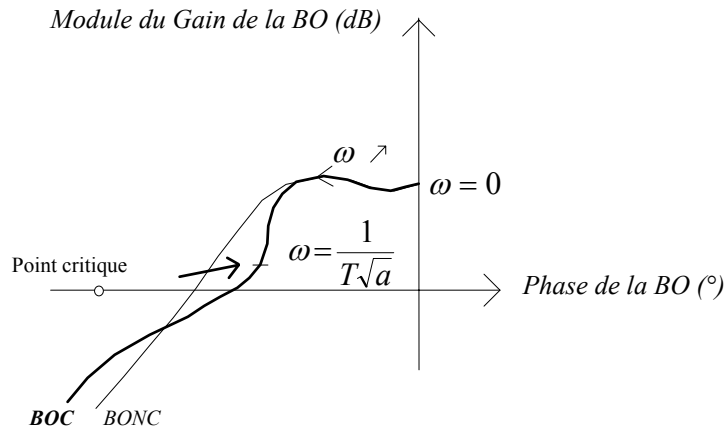
FT :

$$C(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K$$

Le correcteur à avance de phase $K \frac{1 + aTp}{1 + Tp}$ ($a > 1$)

↗ stabilité et ↗ rapidité du SB

Avance de phase maximum pour $\omega T = \frac{1}{\sqrt{a}}$

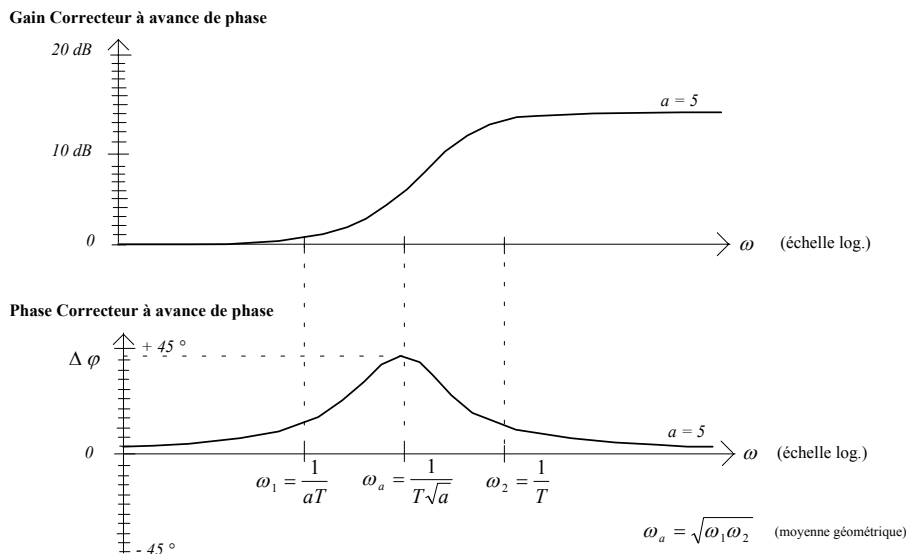


Réglage : On choisit d'abord a (fixé par l'avance de phase maximum requise)

puis T pour que ω affectée par cette avance vérifie : $\omega = \frac{1}{T\sqrt{a}}$

Loi de commande : $u(t) = K[\varepsilon(t) + aT\dot{\varepsilon}(t)] - T\dot{u}(t)$

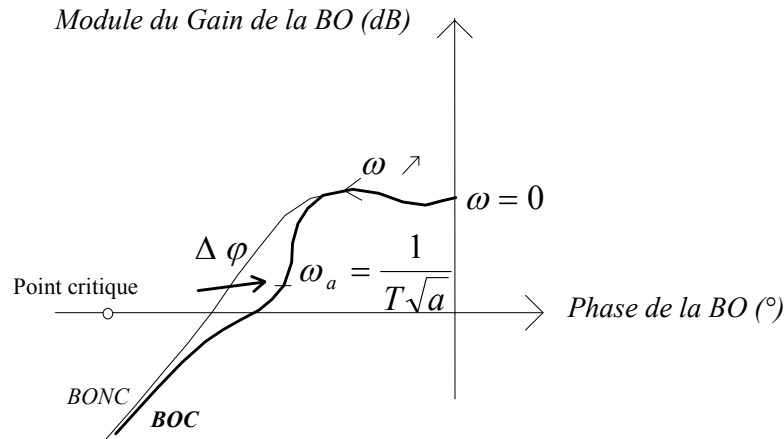
FT : $C(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K \frac{1 + aTp}{1 + Tp}$



Réponse en fréquence du correcteur à avance de phase ($K = 1$)

« Algorithme » de réglage

L'avance de phase maxi $\Delta \varphi = \text{Arc sin} \frac{a-1}{a+1}$ se produit à $\omega = \omega_a = \frac{1}{T\sqrt{a}}$



1. On détermine l'avance de phase nécessaire

→ ceci impose $\Delta \varphi = \text{Arc sin} \frac{a-1}{a+1}$ → ceci détermine a

2. On choisit T pour que la zone de fréquences concernée par l'avance de phase maxi se situe autour du point critique

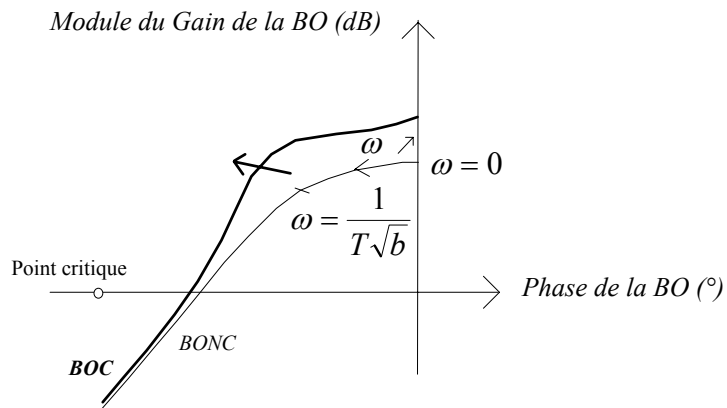
→ On a alors $\omega_a = \frac{1}{T\sqrt{a}}$ → On en déduit T

3. On trace la BO Corrigée (BOC) avec $K = 1$ (0 dB) dans le plan de Black puis on règle K tel que la BOC tangente le contour de l'abaque de gain désiré, décrit par l'amortissement m voulu pour la BF et obtenu par le facteur de résonance Q

Le correcteur à retard de phase $K \frac{1 + Tp}{1 + bTp}$ ($b > 1$)

↗ précision du SB

Retard de phase maximum pour $\omega T = \frac{1}{\sqrt{b}}$

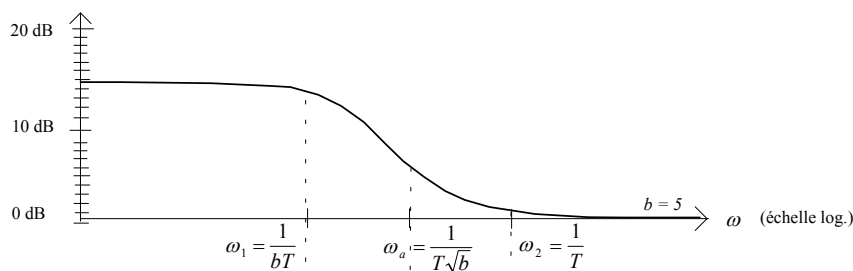


Réglage : $K = b$, pour ne pas affecter les fréquences de la BO $\omega > \frac{10}{T}$

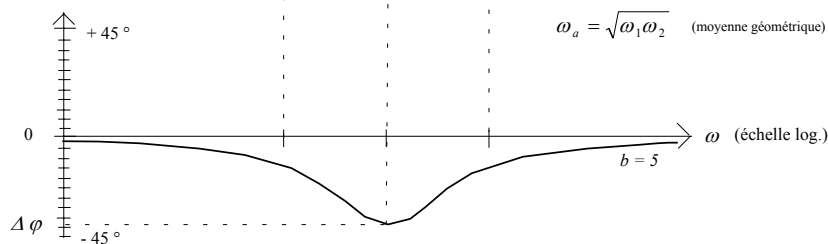
Loi de commande : $u(t) = K[\varepsilon(t) + T\dot{\varepsilon}(t)] - bT\dot{u}(t)$

FT : $C(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K \frac{1 + Tp}{1 + bTp}$

Gain Correcteur à retard de phase



Phase Correcteur à retard de phase

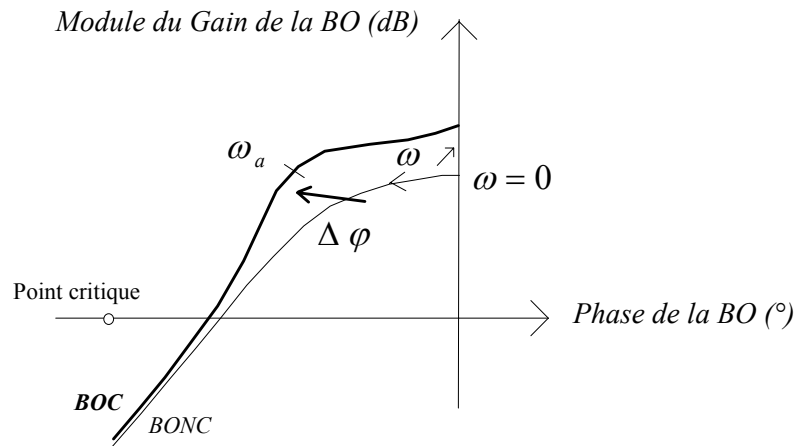


Réponse en fréquence du correcteur à retard de phase ($K = b > 0$)

« Algorithme » de réglage

Le retard de phase maxi $\Delta \varphi$ se produit à $\omega = \omega_a = \frac{1}{T\sqrt{b}}$

Retard de phase nul pour $\omega > \omega_b = \frac{10}{T\sqrt{b}}$ (ω_b choisi égal à $10\omega_a$)



1. On détermine d'abord b :

Soit H_0 le gain statique de la BONC.

Soit $K H_0$ le gain statique de la BOC

(gain statique désiré correspondant à une précision statique requise)

$$\text{On a } 20 \log b = |K H_0|_{dB} - |H_0|_{dB} = 20 \log \frac{K H_0}{H_0} = 20 \log K \rightarrow b = K$$

Le gain K du correcteur est choisi égal à b afin que les fréquences $> \omega_b = \frac{10}{T\sqrt{b}}$ ne soient pas affectées.

2. On détermine T tel que à $\omega_b = \frac{10}{T\sqrt{b}}$ ne se produise plus de retard de phase

Le correcteur P.I.D

↗ précision, rapidité et stabilité du SB

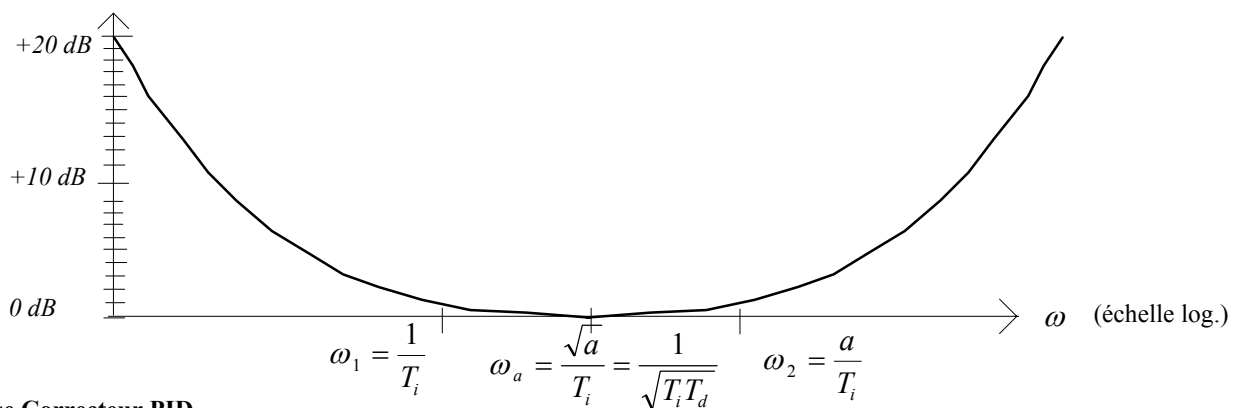
Loi de commande :
$$u(t) = K_p \varepsilon(t) + K_i \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau + K_d \dot{\varepsilon}(t)$$

ou encore :
$$u(t) = K \left[\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau + T_d \dot{\varepsilon}(t) \right]$$

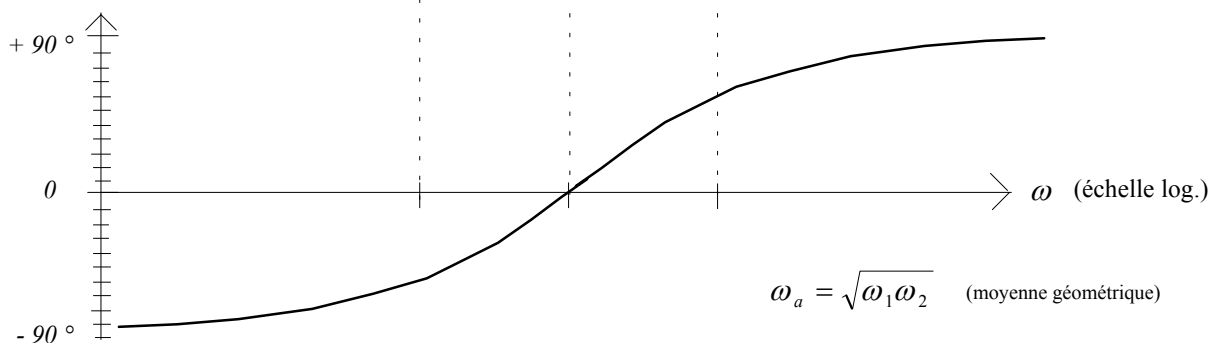
FT :
$$C(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right) = K \frac{1 + T_i p + T_i T_d p^2}{T_i p}$$

Réponse fréquentielle du correcteur P.I.D.

Gain Correcteur PID



Phase Correcteur PID



Réponse en fréquence du P.I.D. ($K = 1$)

« Algorithme » de réglage

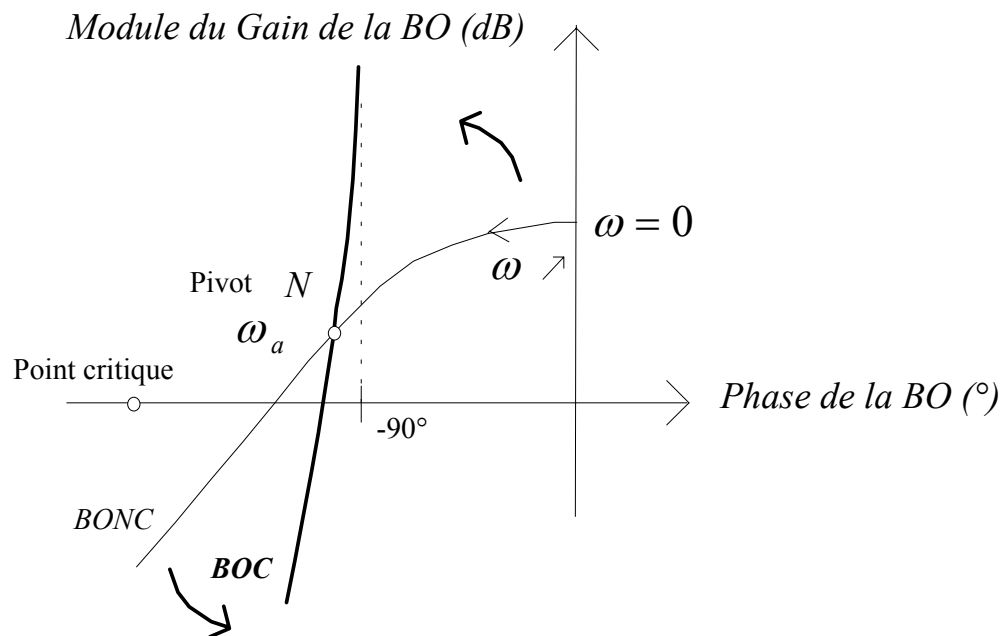
On pose : $a = \frac{T_i}{T_d}$

- Aux pulsations $\omega < \frac{\sqrt{a}}{T_i}$: le gain est accru - il y a retard de phase
- Aux pulsations $\omega > \frac{\sqrt{a}}{T_i}$: le gain est réduit - il y a avance de phase
- A la pulsation $\omega = \frac{\sqrt{a}}{T_i}$: invariance du gain et de la phase :

Pulsation de **pivot** : $\omega_a = \frac{\sqrt{a}}{T_i} = \frac{1}{\sqrt{T_i T_d}}$

Il y a rotation du lieu de la BO rapport au pivot lors de la correction

Le correcteur PID de gain $K = 1$ possède un point neutre N qui va servir de pivot, pour lequel : **gain, phase de la BONC \equiv gain, phase de la BOC**



1. On choisit la pulsation ω_a , pulsation du pivot.

On fixe provisoirement le gain K à 1.

2. On fixe T_d : on a ainsi un seul paramètre de réglage :

$\alpha = 4$ assure en général un degré de liberté suffisant de réglage (valeur usuelle)

On prend $T_d = \frac{T_i}{4}$ (valeur typique, quitte à ajuster après)

$$\rightarrow \omega_a = \frac{\sqrt{\alpha}}{T_i} = \frac{2}{T_i} \quad \rightarrow \quad T_i = \frac{2}{\omega_a}$$

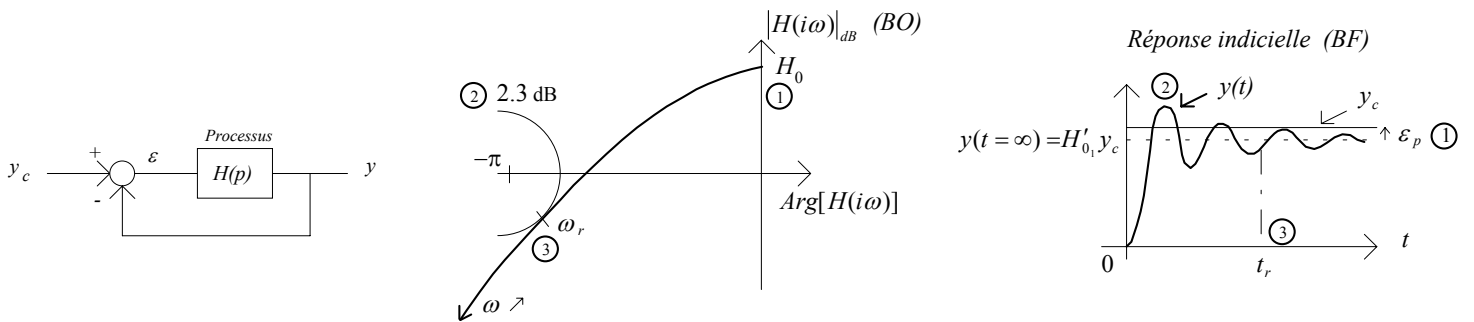
3. On ajuste, après basculement, le gain K pour que la BO corrigée (BOC) tangente le contour de l'abaque de Black de gain désiré, décrit par l'amortissement m voulu pour la BF et obtenu par le facteur de résonance Q .

(La BOC avec $K = 1$ (0 dB) a été au préalable tracée dans le plan de Black)

Synthèse des correcteurs

Synthèse dans le domaine fréquentiel - Modèle du 2nd ordre fondamental

On approche le SB par un 2nd ordre fondamental



: paramètre de gain statique

: paramètre $Q_{dB} \rightarrow m \rightarrow$ Dépassement

: $\omega_r \rightarrow \omega_0 \rightarrow t_r$